

## 典型例题 2

例 4 已知过椭圆的左顶点  $(-a, 0)$  的两条相互垂直的弦与椭圆分别相交于点  $P$ 、 $Q$ ，则直线  $PQ$  具有何特征？ 教师精讲

[简要步骤]：

(1) 显示坐标轴，在  $x$  负半轴、 $y$  正半轴上分别取点  $C$ 、 $D$ ，分别以原点为圆心，点  $C$ 、 $D$  为圆上的点作大圆和小圆，并由此作出椭圆；

(2) 测量点  $C$ 、 $D$  的坐标  $(-a, 0)$ 、 $(0, b)$ ，并算得  $a$ 、 $b$  的值；

(3) 在椭圆上任取一点  $P$ ，作点  $P$  的动画按钮；

(4) 连接  $CP$ ，并过点  $C$  作  $CP$  的垂线  $l$ 。

由于几何画板无法直接作出直线与轨迹（椭圆）的交点，因此需要间接获得交点。我们可以算出交点的横坐标，然后作直线“ $x$ =交点的横坐标”，于是便可获得交点。本题中，由解得，其中  $a$ 、 $b$  的值已算得，因此只需再测得垂线  $l$  的斜率  $k$ ，便可算出垂线  $l$  与椭圆的交点的横坐标。

(5) 测量垂线  $l$  的斜率，将标签改为  $k$ ；

(6) 计算的值，绘制点  $(\quad, 0)$ ，过该点作  $x$  轴的垂线，并作出该垂线与  $l$  的交点  $Q$ ；

(7) 作过点  $P$ 、 $Q$  的直线，如图 8.6；

(8) 单击动画按钮，观察该直线的特征。

可以看到该直线过定点，可以证明该定点为。

进一步探索：如果将题目条件改为“已知过椭圆上任意一点的两条相互垂直的弦与椭圆分别相交于点  $P$ 、 $Q$ ”，则直线  $PQ$  是否还具有同样的特征？

例 5 如图 6.13，求边长为  $a$  的正方形中红色区域的面积。教师精讲

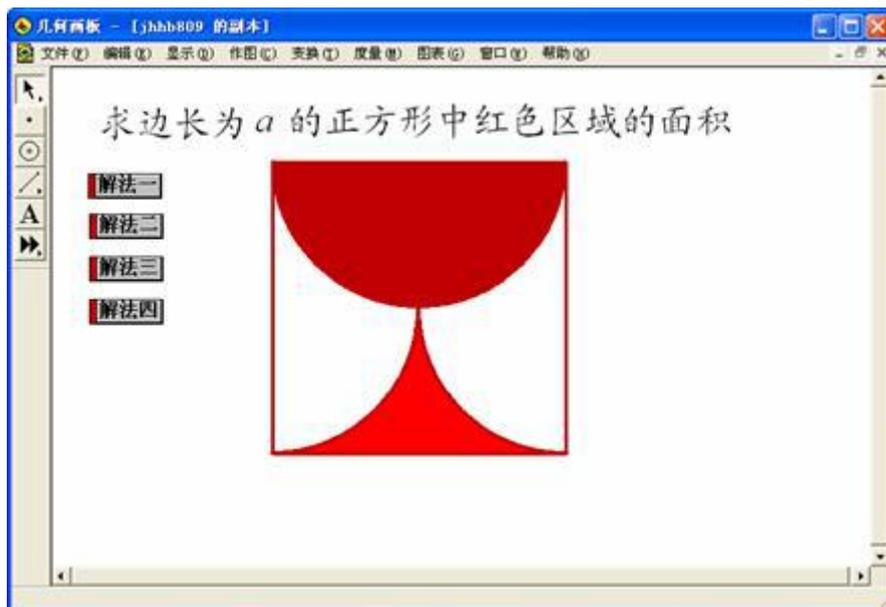


图 6.13

分析：本课件制作的一个难点是为形如“酒杯”的底部区域涂上红颜色。由于是轴对称图形，因此只需考虑右半部分（或左半部分）。一种涂色的方法：可在右半部分的圆弧上任取一点，并作正方形底边的平行线段，线段的另一个端点为平行线与对称轴的交点，然后将该线段变为红色，并作该线段的轨迹。另一种涂色的方法是用“以直代曲”的方法，在圆弧上取若干个点，然后以多边形代替曲边三角形。本课件制作中介绍的是后一种方法。

本题可将“酒杯”底部的左、右半部分分别绕正方形的中心旋转 $-90^\circ$ 、 $90^\circ$ ，便可发现红色区域的面积为正方形面积的一半。也可将“酒杯”底部的左、右半部分分别平移，当然也可以将半圆的左、右半部分分

别平移或绕正方形的中心旋转,同样也可发现红色区域的面积为正方形面积的一半。因此在本课件制作中,需要考虑如何使这4种不同解法互相独立,互不干扰。

[简要步骤]: 教师精讲

(1) 作正方形 ABCD 及 AB、BC、CD、DA 的中点 E、F、G、H, 连接 EG、FH 得交点 I;

(2) 以点 G 为圆心, 作弧 IC, 将扇形 GIC 及弧 IC 改为红色;

(3) 以点 F 为圆心, 作弧 IB, 10 等分弧 IB, 得等分点 I<sub>1</sub>、I<sub>2</sub>、...、I<sub>9</sub>, 依次选中点 I<sub>1</sub>I<sub>2</sub>I<sub>3</sub>I<sub>4</sub> I<sub>5</sub>I<sub>6</sub>I<sub>7</sub>I<sub>8</sub>I<sub>9</sub>BEI, 作多边形内部, 并将此内部及弧 IB 改为红色, 隐藏点 I<sub>1</sub>、I<sub>2</sub>、...、I<sub>9</sub>;

(4) 以点 I 为圆心, 作弧 EF, 在弧 EF 上任取一点 J, 标识角度 EIJ, 以点 I 为旋转中心, 将多边形内部及弧 IB 按标识角度 EIJ 旋转, 得图形①, 以 EG 为对称轴, 得与图形①对称的图形②, 选中图形①和图形②, 分别做两个显示/隐藏按钮, 一个用来隐藏对象, 一个用来显示对象, 记作显示 1、隐藏 1;

(5) 作点 J 到点 F 的慢速的运动按钮, 以及作点 J 到点 E 的运动按

钮，单击隐藏 1 按钮，隐藏点 J 和弧 EF；

(6) 以点 I 为圆心，作弧 HE，在弧 HE 上任取一点 K，标识向量 EK，将多边形内部及弧 IB 按标识向量平移，得图形③，以 EG 为对称轴，得与图形③对称的图形④，选中图形③和图形④，作两个显示/隐藏按钮，记作显示 2、隐藏 2；

(7) 作点 K 到点 H 的慢速的运动按钮，以及作点 K 到点 E 的运动按钮，隐藏点 K 和弧 HE；

(8) 以点 I 为圆心，作弧 FG，在弧 FG 上任取一点 L，标识角度 GIL，以点 I 为旋转中心，将扇形 GIC 内部及弧 IC 按标识角度 GIL 旋转，得图形⑤，以 EG 为对称轴，得与图形⑤对称的图形⑥，选中图形⑤和图形⑥，作两个显示/隐藏按钮，记作显示 3、隐藏 3；

(9) 作点 L 到点 F 的慢速的运动按钮，以及作点 L 到点 G 的运动按钮，单击隐藏 3 按钮，隐藏点 L 和弧 FG；

(10) 以点 I 为圆心，作弧 GH，在弧 GH 上任取一点 M，标识向量 GM，将扇形 GIC 内部及弧 IC 按标识向量平移，得图形⑦，以 EG 为对称轴，得与图形⑦对称的图形⑧，选中图形⑦和图形⑧，作两个显示/隐藏按钮，记作显示 4、隐藏 4；

( 11 ) 作点 M 到点 H 的慢速的运动按钮，以及作点 M 到点 G 的运动按钮，隐藏点 M 和弧 GH；

( 12 ) 依次选择显示 1、隐藏 2、运动 J→F、运动 J→E 按钮，作序列按钮，选择依次执行，动作之间暂停 1 秒；

( 13 ) 依次选择显示 2、隐藏 1 运动 K→H、运动 K→E 按钮，作序列按钮，选择依次执行，动作之间暂停 1 秒；

( 14 ) 依次选择显示 3、隐藏 4、运动 L→F、运动 L→G 按钮，作序列按钮，选择依次执行，动作之间暂停 1 秒；

( 15 ) 依次选择显示 4、隐藏 3、运动 M→H、运动 M→G 按钮，作序列按钮，选择依次执行，动作之间暂停 1 秒。分别将这 4 个序列按钮改为解法一、解法二、解法三和解法四，如图 6.14；

( 16 ) 隐藏线段 EG、FH 和点 A、B、C、D、E、F、G、H、I，隐藏所有的显示、隐藏按钮和运动按钮。

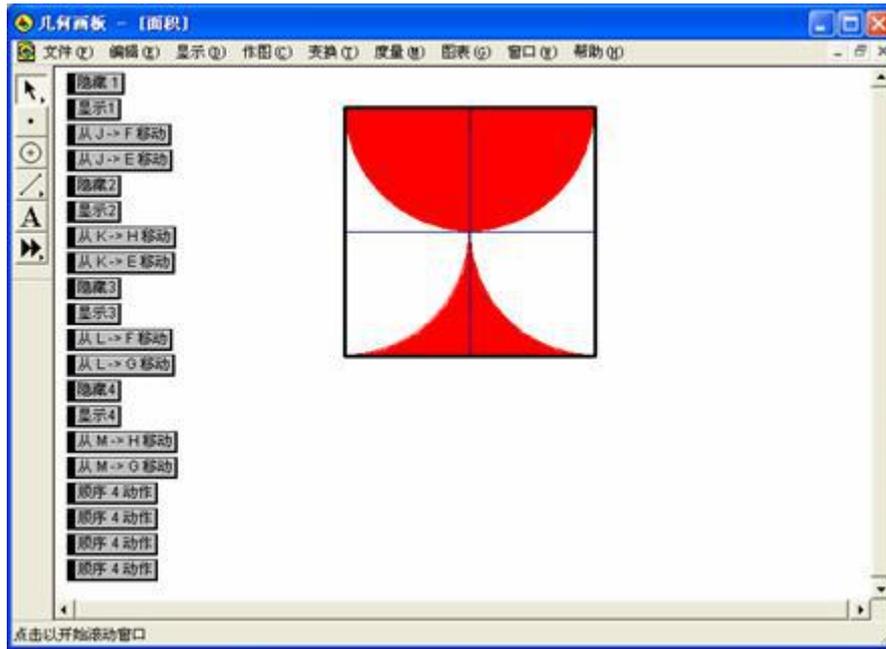


图 6.14

例 6 制作可上下移动的弹簧，如图 6.15。 教师精讲

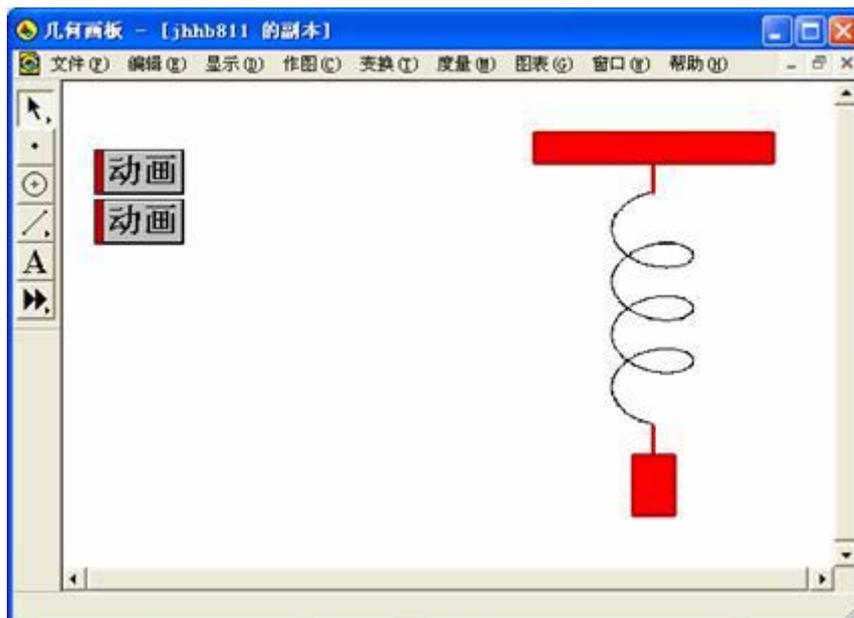


图 6.15

分析：要制作可上下移动的弹簧，需要利用几何画板先画一个弹簧，然后将所画的弹簧复制到 word 中，设法变成一幅图片(如 gif 格式)，再复制到几何画板中。

[简要步骤]：教师精讲

(1) 显示坐标轴，其中点 A 为原点，点 B 为单位点，在 x 轴上取两点 C、D，连接 CD，在线段 CD 上任取一点 E，将点 E 绕着原点 A 旋转，得点  $E\phi$ ；

(2) 将单位点 B 绕着原点 A 分别旋转  $-150^\circ$ 、 $-30^\circ$ 、 $90^\circ$ ，得点 X、Y、Z，连接 AX、AY、AZ，建立空间坐标系 A-xyz；

(3) 度量点 E 的横坐标，将标签改为 t，并计算  $\sin(5t)$ 、 $\cos(5t)$  的值；

(4) 作出函数  $x=\sin(5t)$  的图像，并作出与 x 轴的交点 F，将点 F 绕着原点 A 旋转  $-150^\circ$ ，得点  $F\phi$ ，隐藏点 F 和过点 F 的直线；

(5) 作出函数  $x=\cos(5t)$  的图像，并作出与 x 轴的交点 G，将点 G

绕着原点 A 旋转 $-30^\circ$ ，得点  $G\phi$ ，隐藏点 G 和过点 G 的直线，将角度制改为弧度制；

(6) 作线段 HI、IJ，选中线段 HI、IJ，并标识比例，以原点 A 为缩放中心，将点  $F\phi$ 、 $G\phi$  按标识比例进行缩放，得点  $F\phi\phi$ 、 $G\phi\phi$ ，隐藏点  $F\phi$ 、 $G\phi$ ；

(7) 依次选中点 A、 $G\phi\phi$ ，标识向量，按标识向量平移点  $F\phi\phi$ ，得点 K；依次选中点 A、 $E\phi$ ，标识向量，按标识向量平移点 K，得点  $K\phi$ ；

(8) 选中点  $K\phi$ 、E，作出轨迹，将轨迹改成粗线，如图 6.16。

(9) 保留弹簧轨迹，其余的对象全部隐藏，弹簧制作成功了。

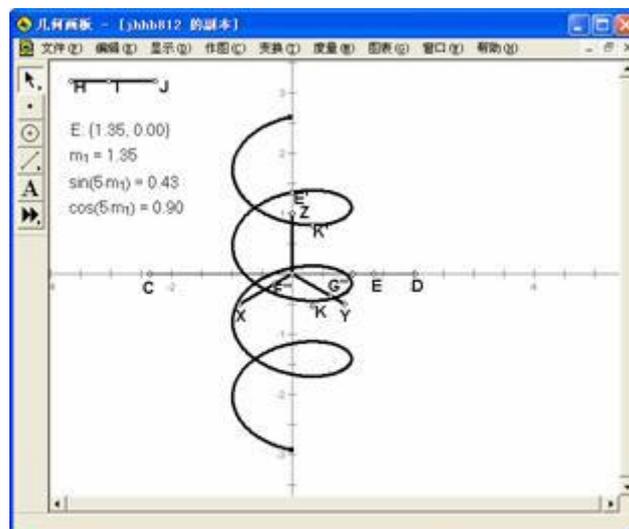


图 6.16

(10) 选中弹簧，复制到剪贴板中，然后粘贴到 word 中，另存为 web 格式，便可得到弹簧图片（gif 文件），然后在 word 中，插入弹簧图片（gif 文件），重新复制到剪贴板中，这样便可粘贴到几何画板中。

有了弹簧图片后，就可制作能上下移动的弹簧了。

(11) 任取一点 A，向右平移 8cm 得点 B，将点 B、A 向上平移 1cm 得点 C、D，连接 AB、BC、CD、DA，作矩形 ABCD 内部，并改为红色；

(12) 作线段 AB 的中点 E，过点 E 作 AB 的垂线 l，将点 E 向下平移 1cm（y 方向平移 -1cm）得点 F，连接 EF，过点 F 作 AB 的平行线，在所作的平行线上直线 l 的左侧任取一点 G，测出点 G、F 的距离，标识该距离；

(13) 作圆 H，在圆 H 上任取一点 I，选中点 I，分别作快速和慢速的动画按钮；作过点 I 作 l 的垂线，垂足为 J，将点 J 向右按标识的距离平移，得点 K；

(14) 选中点 G、K，将剪贴板中的弹簧图片粘贴到以点 G、K 为相对的两个顶点的矩形中，调整点 G 和圆的位置，使得弹簧大小适中；

(15) 将点 J 向下平移 1cm 得点 L，连接 JL，将点 L 向右平移 0.7cm 得点 M，将点 M 向下平移 2cm 得点 N，以直线 l 为对称轴，得点 M、N 的对称点  $M'$ 、 $N'$ ，连接 MN、 $NN'$ 、 $N'M'$ 、 $M'M$ ，作矩形  $MNN'M'$  内部，并改为红色；

(16) 隐藏不需要的点和线，如图 6.16。

● 练一练

完成讲义中的例 4 到例 6。



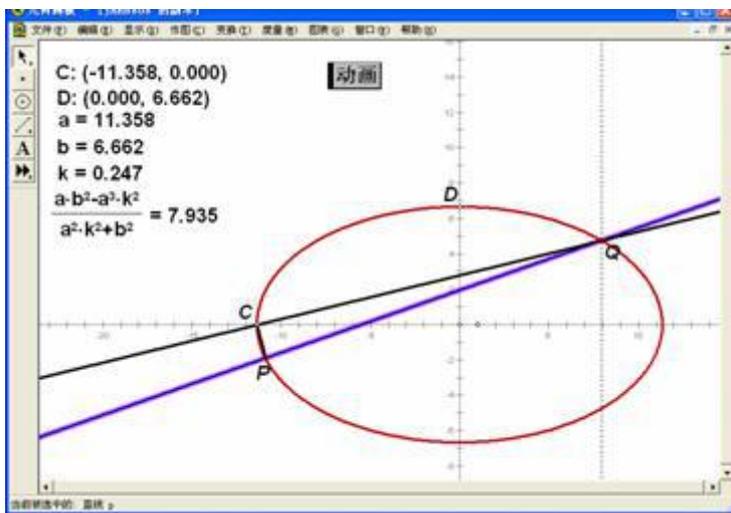


图 6.12



