八种学习结果类型

- 数学事实、数学概念、数学原理、数学问题解决、数学思想方法、数学技能、数学认知策略、态度
- 平面的概念——数学概念
- 平面的图形表示——数学技能
- 平面的符号表示——数学事实
- 平面的基本性质——数学事实和数学原理
- 在立体几何里，平面几何中的定义、公理、定理等，对于同一个平面内的图形仍然成立——数学事实
- 两点确定一条直线和不在一条直线上的三点确定一个平面进行类比——数学思想方法
- 分析例题证明的三种思路——认知策略

学习结果类型：以初中函数概念教学为例

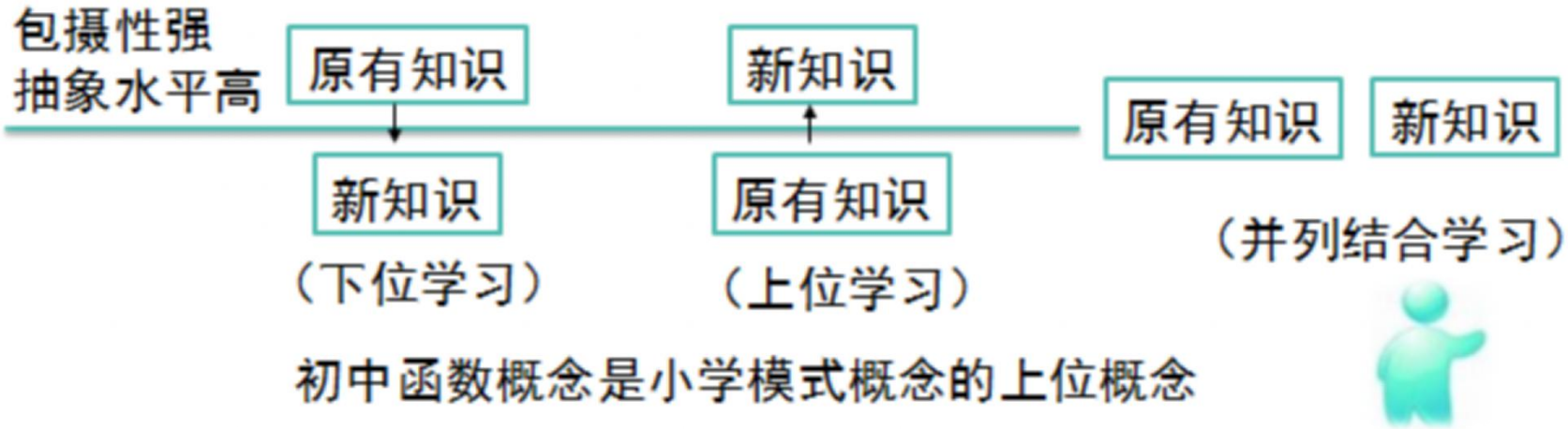
- 初中函数概念教学会涉及：函数概念、函数思想方法、分辨常量与变量，分辨一个变量是否是另一个的函数、在简单的问题情境中写出函数关系式这些技能，认识函数的应用价值等等。

六、学习形式类型

- 奥苏伯尔认为，学习的实质是新知识与学生认知结构中原有的知识，通过相互作用，建立非人为和实质性的联系。新旧知识的相互作用，就是新旧意义的同化，其结果是新知识获得意义，原有认知结构发生改组。
- 根据将要学习的新内容与学习者已经知道的相关内容之间的关系，他把学习分类为下位学习、上位学习和并列结合学习。

六、学习形式类型

- 上位学习也称总括学习，是指在认知结构中原有的几个观念的基础上学习一个包容性程度更高的命题。
- 下位学习是指认知结构中原有的有关观念在包容和概括水平上高于新学习的知识时所进行的学习。
- 并列结合学习是指将要学习的新内容不能与认知结构中已有的相关内容构成下位或上位关系的学习。



七、任务分析

先决概念、技能

起点 ——————————— 终点（教学目标）

➢认知过程的分析就是对学生的起点能力转化为终点能力所需要的先决技能及其上下左右的关系进行详细剖析的过程，旨在明了学生已有认知与教学目标之间潜在的距离，逐级追。

➢初中函数概念教学以字母表示数、代数式、代数式的值、图表的信息读取等作为先决概念和技能。首先，学生要能够分清问题中的常量和变量，自变量和函数，并能说明区分的理由。其次，学生要能够利用函数的定义，判断一个图像是否是一个函数的图像，能够区分函数与函数值。

八、分析教学难点和关键点

- 教学中的难点是学生理解、掌握或运用比较困难，容易产生混淆或错误的知识点，是造成学习成绩差距的分化点。关键点是对掌握某一部分知识起决定作用的内容，是教学的突破口。
- 重视难点的形成原因
  - 主要由学生已有的认识与学习内容要求之间的落差造成，但由于教学过程是由教师、学生、教材以及之间的关系构成的系统，因此也需要从系统中综合地进行分析

难点可以转化

- 抽象程度高、结构比较复杂、综合性较强以及需要运用新的观点从思维方式来学习的内容，容易形成学习障碍，均可能成为学生学习的难点。
- 由于每个学生的认知结构存在差异，因此不同的学生在难点的形成与突破上也会出现差异，所以“难点”是因人而异的。
- 也与课程的安排、学生学习的年龄、先决知识、经验、技能的掌握等有关系，有了相应的基础和准备，可能就不难了。

中学数学教学五个难点

难点中很大一部分取决于数学本身特点和学生学习心理　《中学数学教学概论》P294

曹才翰先生指出中学数学教学有五个难点：

从算术到代数，这主要表现为

难点一：由数向文字过渡，文字既有确定性——一旦取定了，就是确定的，又是任意的。算术方法向代数方法的过渡，所谓算术方法是用已知数来表示未知数，而代数方法是把已知数与未知数同等对待，一起参加运算

难点二：由代数向几何过渡，即由数过渡到形。这里主要困难在于从错综复杂的图形中辨别简单图形、逻辑推理的入门（其中包括证明、书写格式等）。

难点三：由常量数学向变量数学的过渡。这时学生的思维方法仍然停留在形式逻辑的范围内，而缺乏辩证逻辑的思想，因而对反映在数学中的变化、互相联系、对立统一等难以理解。

难点四：从有限向无限的过渡。这里的困难在于抽象的思维达不到相应的程度。

难点五：由必然到或然的过渡，因为这两者思考方法和思考习惯都不一样，这就要培养学生的或然思维。

函数概念难理解

- 能背书面定义与心中有正确表象（在人的头脑中出现的与那个概念相联系的所有画面的集合）不是一回事。
- 生：从图象中能读出哪一天的水位是多少，所以水位是时间的函数，但是不能写出它的解析式，所以它不是函数。
- 生：我不明白一个式子怎么就成一条直线了。

函数的学习困难与课程设计　刘静，2006

- 曾对学习过函数的300个初三学生作过一个调查. 请指出圆的周长与半径的函数关系式 *l*=2π*r*中的变量。调查结果是:

l，π，r都是变量	凡是字母都可以变	83/300
只有r是变量	l是r的函数，π是圆周率	97/300
只有π是变量	r是自变量，l是因变量，只剩下π这个字母可以变了	59/300
l、r是变量		57/300
不知道		4/300

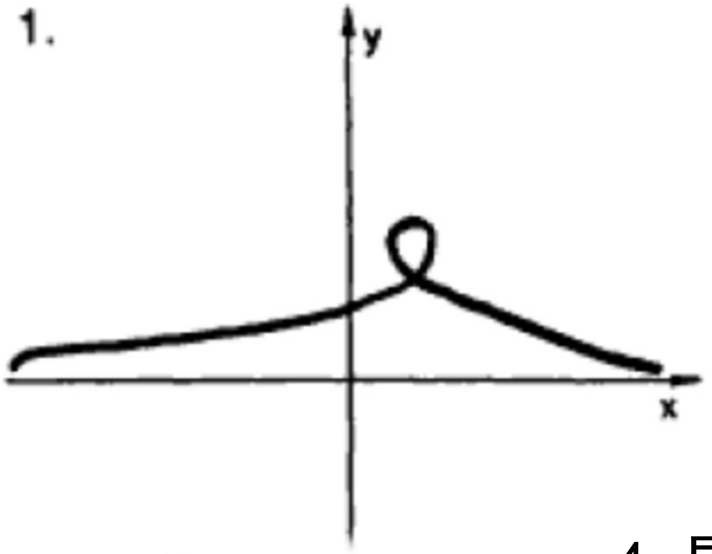
对你教学设计的影响？

Vinner & Dreyfus, 1989

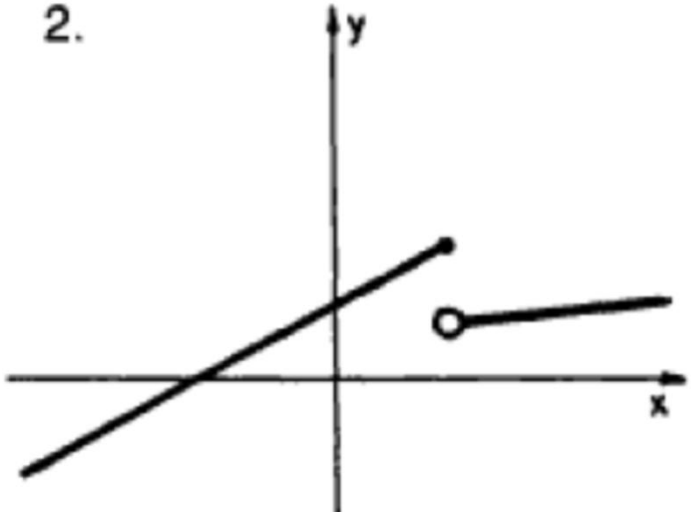
下列图形可否是某一函数的图像？

Does there exist a function whose graph is:

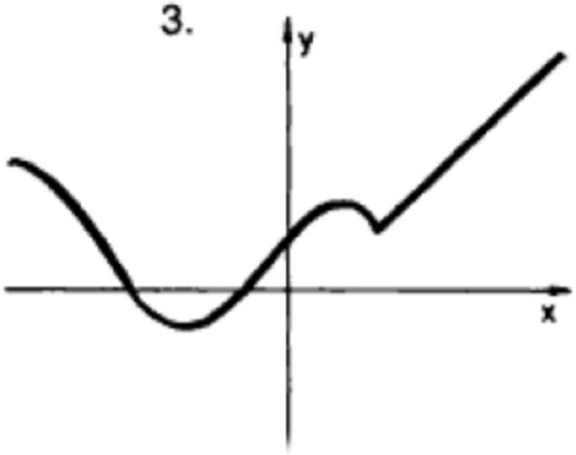
1.



2.



3.



4. 是否有某个函数在不为0处都对应到它的平方，在0处对应到1？

5. 是否有某个函数处处的值都相等？

6. 是否有某个函数在整数上它的值是非整数，在非整数上它的值是整数？

7. 在你看来什么是一个函数？

第7题（概念定义）的答案分类

- ❖ 两集合之间的对应
- ❖ 两个变量间的依赖关系

最多

- 映射法则
- 解析式

其次

- 运算
- 图像或符号表达

Distribution of Concept Definitions in the Five Groups

Definition category	Group					
	Low (N = 33)	Inter-mediate (N = 67)	High (N = 113)	Mathe-matics (N = 58)	Teachers (N = 36)	Entire sample (N = 307)
Correspondence	2	12	17	26	25	82
Dependence relation	12	18	36	12	3	81
Rule	4	9	9	7	3	32
Operation	2	1	7	3	1	14
Formula	6	13	8	3	0	30
Representation	4	6	11	3	1	25
Others	3	8	25	4	3	43

第1-6题判断的角度

- 单值对应
- 图像连续
- 分段定义
- 不合常规的点
- 能写出表达式

1. *One-valuedness:* If a correspondence assigns exactly one value to every element in its domain, then it is a function. If not, then it is not a function.
2. *Discontinuity:* The graph has a gap. The correspondence is discontinuous at one point in its domain.
3. *Split Domain:* The domain of the correspondence splits into two subdomains, in each of which a different rule of correspondence holds. As a consequence, the graph may change its character from one subdomain to the other.
4. *Exceptional Point:* There is a point of exception for a given correspondence, that is, a point for which the general rule of correspondence does not hold.

重点难点关键点：以初中函数概念教学为例

- 函数概念是教学的重点。
- 将函数概念的文字描述转化为学生自己的理解是教学的难点。
- 突破难点的关键是多引用具体实例，从学生熟悉的问题情境出发，从式、图、表不同的角度揭示单值对应这一共性，再上升为定义。

案例

- 一、引入　　澳门 骆剑峰老师
- 例1 留意镜头中加油站加油过程中出现的数据变化情况，回答下列问题；(1)有哪些量？（2）哪些量是变化的？有没有不变的量？（3）这辆车加入了公升油，油价是_____元。
- 例2 如果今天地面气温是18℃，你知道在澳门上空10000米的温度吗？一架飞机已经起飞飞行了一段时间，屏幕上显示出许多数据。

在这段飞行过程中，哪些量是变化的，如何变化，有没有不变的量？

二、展开

老师给出变量、常量的定义，并将其与例子联系起来

飞行高度 h(km)	地面温度（℃）	机舱外温度（℃）	飞行速度 v(km/h)
0	18	18	600
1000	18	12	650
2000	18	6	700
3000	18	0	750
4000	18	-6	700
5000	18	-12	750

案例

- 生活中，常量和变量普遍存在。数学要研究的是在某一变化过程中，两个变量之间的关系，即它们是怎样互相制约和联系的，并利用它们的关系来解决问题。例1和例2中，哪两个变量之间存在关系？怎样的关系？解决什么问题？（小组讨论）
- 教师给出函数定义，强调一一对应关系
- 教师引导学生认识到现实情境中两个变量也可以不存在函数关系（如飞行速度与机舱外温度）
- 三、变式练习
- 课前布置收集的数据（停车场1至10小时收费情况、澳门某一天紫外线指数图）中，说出有哪些量，常量，变量，函数关系，自变量，自变量的函数？

- 如果将23℃的水加热，每分钟水温上升2℃，求在加热过程中，水温T（℃）与时间t（分钟）的关系式，并指出式中的常量与变量，自变量及其函数。
- 函数可以有哪些表示方法？

案例

- 四、课后练习
- 1. 写出下列函数关系式，并指出式中的常量与变量，自变量及其函数。学期初收班费，全班46人，班费总额S（元）与每人缴交的班费n（元）的关系。
- 2. 在生活中找出一个存在函数关系的例子，指出其中的常量、变量，并用表格、关系式或图像表示。
- 思考题
- 1. 在海拔20千米的高空，海拔及其对应的温度还存在t=18-6h的关系吗？
- 2. 练习2中，当水沸腾后，原来的函数关系是否改变？水温还是时间的函数吗？如果是，是什么样的函数关系？

教师对教材的加工与再创造

- 教师不能仅停留在对结论的了解、掌握和运用。为了简明和规范的需要，教材往往压缩了概念的形成过程，掩盖了定理、公式和法则的发现过程，隐去了数学思想的详细的阐述过程，精简了规律的提炼过程。教师需要把这些还原，需要对数学规律的认识过程作出符合学生心理的考察与构思。