

参数方程的画法

例 4 作神奇的参数方程 (, a、b、c、d 为非负整数) 的图像。 教师精讲

形如 (, a、b、c、d 为非负整数) 的参数方程

有许多特别的性质 , 当 a、b、c、d 取不同的非负整数组合时 , 方程所代表的图像各式各样 , 让人倍感参数方程的神奇魅力。比如 :

(1) 当时 , 对应的图像是一条线段 ;

(2) 当时或时 , 对应的图像是一个圆 ;

(3) 当时 , 对应图像是一条抛物线 ;

(4) 当 a、b、c、d 中仅有一个为 0 , 其它三个相等时 , 对应的图像是一个椭圆 ;

(5) 当时 , 对应的图像好像是一朵紫荆花 ;

(6) 当时 , 方程对应的图像好像是一架直升飞机 ;

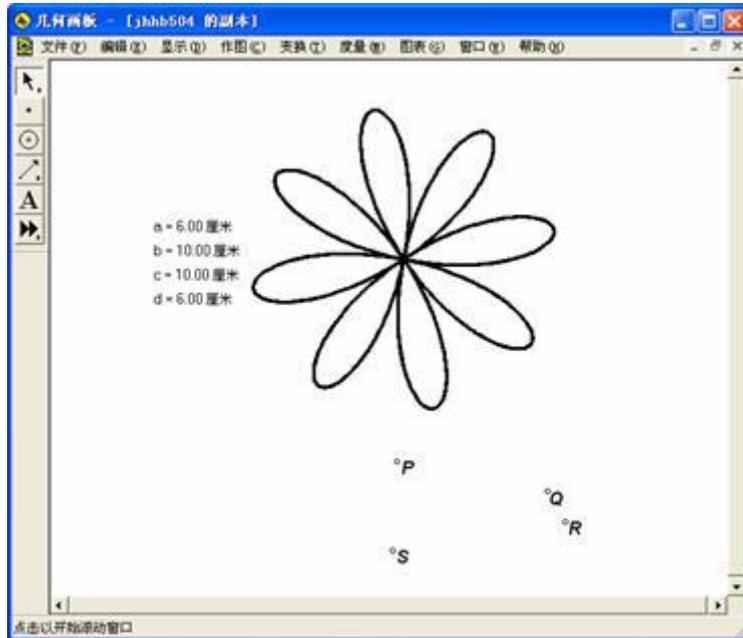


图 5.12

如图 5.12,.....

这样的例子我们还可以举出许多。为了进一步探索，我们先作出该参数方程的图像。

[简要步骤]

(1) 将角度单位设置成“弧度”状态，先作一个圆 AB ，在圆上任意取一点 C ，依次选中 B 、 A 、 C ，度量 $\angle BAC$ 的度数，将度量的标签改为 t ，从而构造了一个任意角 t ，；

(2) 打开“图表”菜单的“新建参数”命令，新建四个参数

(4) 利用参数值 a 、 b 、 c 、 d 和 t 进行计算，算得；

(5) 依次选中度量值，在平面上绘制点 $U(x, y)$ ；

(6) 选择点 U 和点 C ，利用作图菜单中“轨迹”，得参数方程的图像，如图 5.13。

为了观察图像的周期性，可将点 U 设为轨迹跟踪点，且选择点 C ，构造动画按钮。

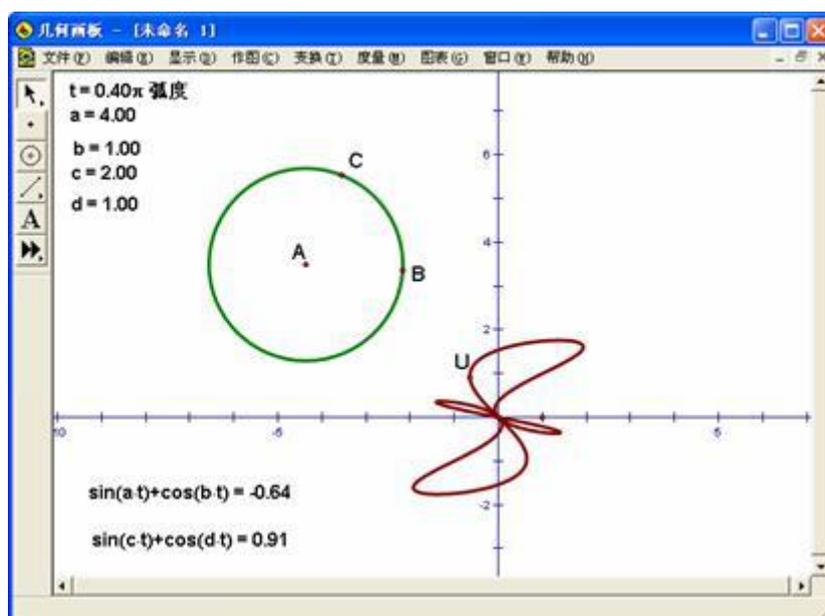


图 5.13

改变参数 a 、 b 、 c 、 d 的值，根据以下不同的非负整数值观察图像的变化，看看与括号里的“名称”是否吻合（必要时可改变单位长度）：

[1] $a=b=c=1, d=5$

[2] $a=5, b=d=2, c=3$

[3]

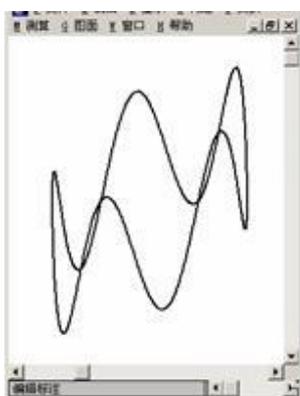
$a=7, b=8, c=3, d=2$

（水波）；

（海豚）；

（龙

卷风）；



[4] $a=6, b=3, c=4, d=1$

[5] $a=6, b=8, c=5, d=1$

[6]

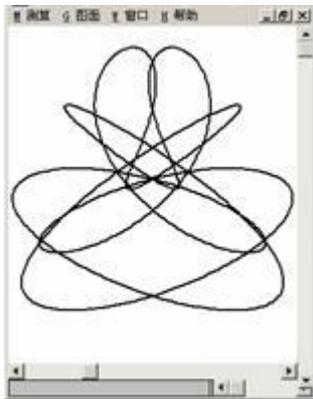
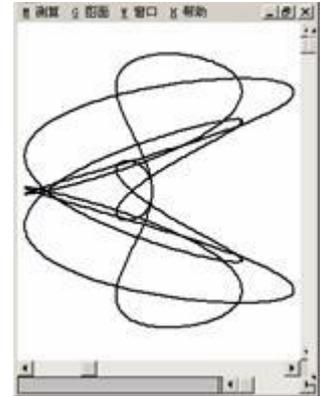
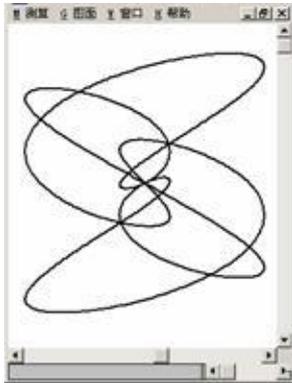
$a=5, b=7, c=2, d=6$

（蝴蝶结）；

（大嘴钳）；

（七

品官）；



分别拖动点 a、b、c、d，根据以下不同的非负整数值观察图像的变化，能否给图像以适当的名称？

[1] $a=4, b=3, c=5, d=2$ () ; [2] $a=5, b=2, c=2, d=3$ () ;

[3] $a=12, b=0, c=11, d=0$ () ; [4] $a=d=6, b=c=9$ () 。

讨论上述图像的周期性、对称性、封闭性。

● 练一练

1. 作出参数方程 $\begin{cases} x = a + r \cos \theta \\ y = b + r \sin \theta \end{cases}$ 的图像；教师精讲

2. 利用圆的参数方程 $x = a + r \cos \theta$ $y = b + r \sin \theta$ 来画一个圆。教师精讲