

一、迭代变换简介

在作图中，经常会出现循环，重复的过程，利用“迭代命令”可以达到此目的。迭代就是依照一个预先定义的迭代规则对一系列有关系的几何对象或数值反复映射的过程。利用迭代可以研究许多几何分形和函数迭代的问题。

几何画板的迭代就是将每一次映射的结果代入进行再一次映射，如此重复若干次的过程。这个过程必须有一个初值，在几何画板里称为原象。原象经过映射而得到的结果称为初象。我们可以把简单迭代的过程大致用这样的方式来表达：

$$\begin{array}{ll} F(\text{原象}) = \text{初象}_1; & \text{第一次迭代} \\ F(\text{初象}_1) = \text{初象}_2; & \text{第二次迭代} \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ F(\text{初象}_{n-1}) = \text{初象}_n; & \text{第 } n \text{ 次迭代} \end{array}$$

只有当迭代产生的前提条件都具备了，迭代命令才可用。原象和迭代规则 f 是迭代产生的前提条件。原象必须是独立的点、路径上的点、独立的值或参数值，迭代规则是通过原象经过一系列变换或计算所得的结果（即原象对应的初象）来定义。所以当你选定了原象点和初象点（或相应的数值），此时“变换”菜单中的“迭代”命令才可用。

几何画板中的迭代次数通过两种方式来控制，一种是没有参数的迭代，迭代的次数通过菜单来控制；另一种是带参数的迭代，称为深度迭代，迭代的次数通过修改参数的值来改变。两种迭代在最终结果上是一样的，后者在控制迭代次数上更方便一些。

如图 3.22，作点 A 及 $\triangle BCD$ ，然后让 $\triangle BCD$ 绕点 A 旋转 60° 得到一个新的三角形，如果我们希望这个过程重复下去，则选中 ABC 三点（若是深度迭代，还要同时选定参数，参数的设置方式见本节内容），单击“变换”菜单的“迭代”命令（按住 shift ，则是“带参数的迭代”命令，则出现如图 3.23 的迭代属性对话框：

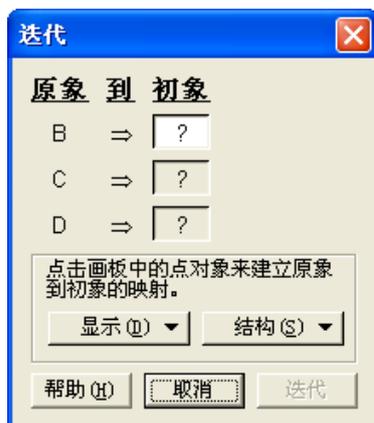
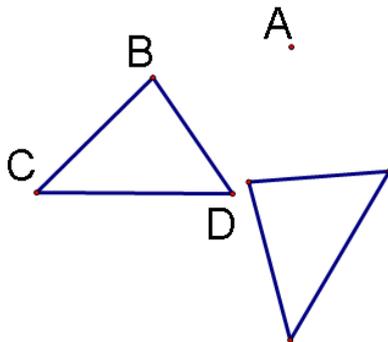


图 3.22

图 3.23

此时单击新三角形与 $\triangle BCD$ 对应的顶点,从而如图 3.24 建立一个原象与初象间的映射:

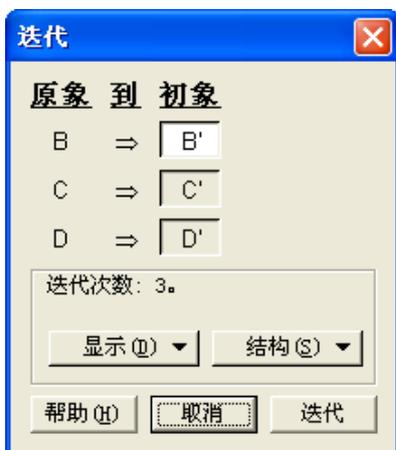


图 3.24

单击“显示”可以增加或减少迭代次数,单击“结构”可以“添加新的映射”来建立另外的映射,几何画板的迭代功能可以同时进行多个映射。单击“迭代”,则会产生如图 3.25 的结果:

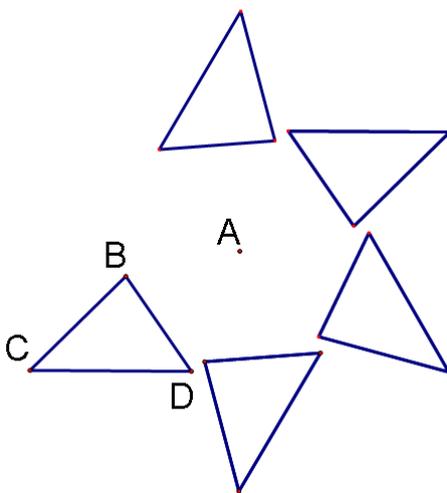


图 3.25

一般几何画板会自动算出这个迭代中那些相关联于原象点的其他对象。因此在此例中,画板将在迭代中包括三角形的三边,因此迭代结果是一个个三角形,而不仅是一些点。

在【显示】和【结构】中的其他命令的含义为:

- 完整迭代: 显示完整的迭代,每次迭代的结果都显示;
- 最终迭代: 只显示最后的迭代结果;
- 所有对象的象: 为你创建包含有点的迭代图像;
- 仅没有点的象: 此选项打开时画板自动为你创建没有点的迭代图像;
- 生成迭代数据表: 为所有的迭代度量值创建一个表;当你创建一个迭代时,如果某个迭代结果的一个或多个度量值发生改变,画板会创建一个迭代值的表。此表为每个可见值建立一个受迭代的影响的列,表的第一列的 n 个值表示迭代数。(即经过的第几次迭代)表的每行所描述的数据表示在此次迭代上的度量值;

- 到与初始对象上的点相对类似的位置：指的是迭代图像每次迭代时某对象上的自由点在对象上的位置与迭代图中相对应对象上的自由点在对象上的位置相类似；
 - 到所在对象的随机位置：指迭代图像中的某对象上的自由点的位置随机。