

第三章 几何画板的变换操作

§3.1 变换菜单简介

几何画板的变换操作主要有五类，即**平移**（将一个（组）图形沿 x 轴、 y 轴方向确定的距离平移，或沿确定的方向（角度）、距离平移，或按标识的向量平移）；**旋转**（将一个（组）图形绕“标识中心”点旋转一个角度（逆时针为正角））；**缩放**（将一个（组）图形以“标识中心”点为中心缩放）；**反射**（将一个（组）图形以“标识镜面”线为对称轴反射），用这些变换命令可作出一系列的全等形和相似形。几何画板还提供了**迭代**功能（将选择的点或参数迭代形成对象或数值），可以实现循环、重复的过程。

实现变换操作有两种途径：变换工具和变换菜单命令。变换工具可以实现对象的平移、旋转和缩放，而变换菜单命令不仅能实现对象的平移、旋转和缩放，还能实现对象的反射和迭代。变换菜单中的命令可以按指定值、计算值和动态值进行变换、旋转、缩放和迭代。

为了加深对变换的理解，我们不妨借助数学变换的公式进行介绍，其中的一些参数如 a 、 b 、 θ 和 k 等正是我们在使用变换菜单时必须填写的。在数学上：

(1) 平移变换的公式为：
$$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b, \end{cases}$$
 其中的 a 为水平方向的位移， b 为垂直方向的

位移；

(2) 旋转变换的公式为：
$$\begin{cases} x' = x \cos \theta - y \sin \theta \\ y' = x \sin \theta + y \cos \theta, \end{cases}$$
 其中的 θ 为旋转的角（逆时针方向）；

(3) 缩放变换的公式为（设坐标原点为缩放中心）：
$$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky, \end{cases}$$
 其中的 k 为缩放比；

(4) 反射变换的公式为（分别设 y 轴、 x 轴为对称轴）：
$$\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x' = x \\ y' = -y \end{cases} ;$$

从数学变换的角度来看，基本的变换公式还可以有许多，其中有一些有很好的应用，在此仅举一例加以说明。

(5) 仿射变换的公式为：
$$\begin{cases} x' = x \cos \alpha + y \cos \beta \\ y' = x \sin \alpha + y \sin \beta, \end{cases}$$
 注意到当 $\beta = \alpha + \frac{\pi}{2}$ 时，仿射变换

即为旋转变换。旋转变换是正交的 $\left(J = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = 1 \right)$ ，它将圆仍变换为圆；而仿

射变换则不一定是正交的，因为 $J = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \cos \beta \\ \sin \alpha & \sin \beta \end{bmatrix} = \sin(\beta - \alpha)$ ，一般地，它将圆变换

为一个椭圆，这为我们画椭圆提供了一种方法。

说明：

(1) 上述基本的变换可以经过有效组合产生许多变换，由此出发可以定义许多**自定义变换**，比如：旋转+缩放、旋转+平移、缩放+反射等；

(2) 上述基本的变换中的参数如 a 、 b 、 θ 和 k 等不一定都取静态值，它们完全可以是一些对象的度量值，由此出发可以定义若干**动态变换**。动态变换的优点在于随着参数 a 、 b 、 θ 和 k 等的不同，变换后的图形也是动态的，这给我们进行几何问题的探索提供了有利的环境。